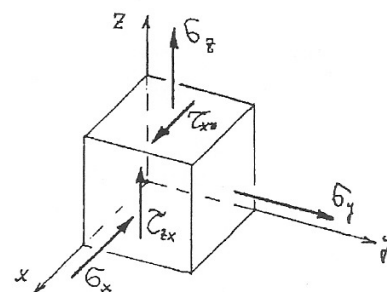


- 1. Feladat:** (25 pont) Egy gépalkatrész egyik belső pontjában lévő feszültségállapotot egy elemi kis kockán ábrázoltuk. Az ábrán látható feszültségek nagysága ismert, irányukat (előjelüket) az ábra alapján állapítsa meg!

Adatok: $\sigma_x = 80 \text{ MPa}$ $\sigma_y = 100 \text{ MPa}$ $\tau_{xz} = 40 \text{ MPa}$
 $\varepsilon_x = -5 \cdot 10^{-4}$ $G = 8 \cdot 10^4 \text{ MPa}$ $m = 3,2$

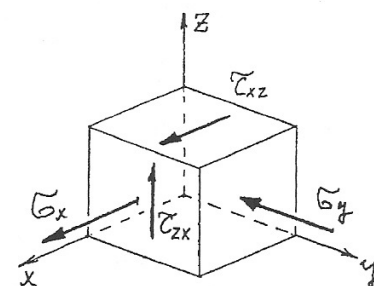
- Számítsa ki a σ_z feszültség nagyságát!
- Határozza meg a főfeszültségeket!
- Számítsa ki az ε_z fajlagos nyúlást!



- 2. Feladat:** (25 pont) Egy rugalmas test egy pontja környezetében a feszültségi állapotot a vázolt elemi kocka lapján működő feszültség összetevők határozzák meg. Az ábrán látható feszültségek nagysága ismert, irányukat (előjelüket) az ábra alapján állapítsa meg!

Adatok: $\sigma_y = \sigma_x = 120 \text{ MPa}$ $\tau_{xz} = 80 \text{ MPa}$
 $G = 8 \cdot 10^4 \text{ MPa}$ $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$

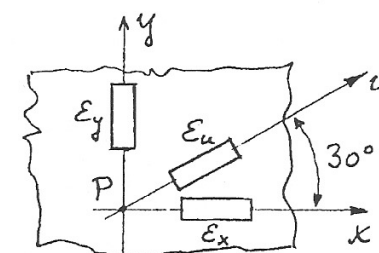
- Számítsa ki a főfeszültségeket!
- Számítsa ki az ε_z fajlagos nyúlást!
- Határozza meg a HMH elmélet szerinti redukált feszültséget!



- 3. Feladat:** (25 pont) Egy rugalmas test P felületi pontjának kis környezetében az ábra szerint elrendezett nyúlásmérő bélyegekkel mért fajlagos nyúlások:

Adatok: $\varepsilon_x = 5 \cdot 10^{-4}$ $\varepsilon_y = -3 \cdot 10^{-4}$ $\varepsilon_u = 3 \cdot 10^{-4}$
 $G = 8 \cdot 10^4 \text{ MPa}$ $m = 3,3$

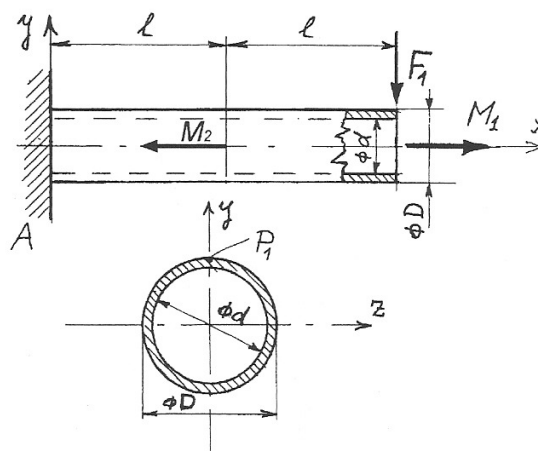
- Határozza meg az **A** alakváltozási tenzort!
- Határozza meg az **F** feszültségtenzort!
- Számítsa ki a MOHR elmélet szerinti egyenértékű feszültséget!



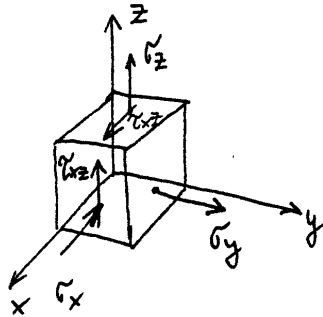
- 4. Feladat:** (25 pont) Az állandó keresztmetszetű csőből készült befogott tartót az F_1 erő hajlításra (és nyírásra), az M_1 és M_2 nyomatékú erőpár csavarására veszi igénybe.

Adatok: $\ell = 40 \text{ cm}$ $D = 60 \text{ mm}$ $d = 52 \text{ mm}$
 $F_1 = 1,6 \text{ kN}$ $M_1 = 1500 \text{ Nm}$ $M_2 = 2500 \text{ Nm}$

- Rajzolja meg a tartó igénybevételi ábráit!
- Határozza meg a befogott keresztmetszet P_1 pontjában a feszültségi állapotot jellemző feszültség-összetevőket (a nyírást elhanyagolva)!
- Számítsa ki a főfeszültségeket!
- Állapítsa meg a HMH elmélet szerinti egyenértékű (redukált) feszültséget!



2/1

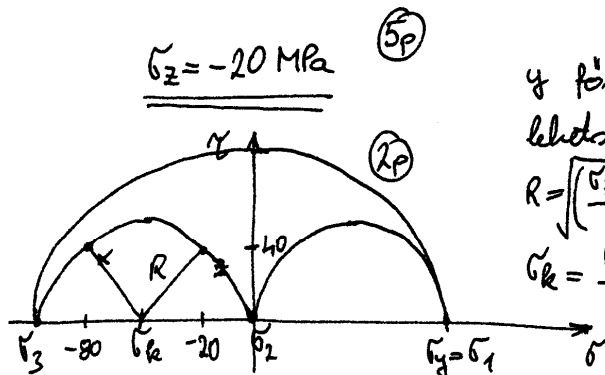


$$\sigma_x = 80 \text{ MPa} \quad \sigma_y = 100 \text{ MPa} \quad \tau_{xz} = 40 \text{ MPa}$$

$$\epsilon_x = -5 \cdot 10^{-4} \quad G = 8 \cdot 10^4 \text{ MPa} \quad m = 3,2$$

$$\epsilon_x = \frac{1}{2G} \left[\sigma_x - \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{m+1} \right] \Rightarrow \text{Eötvösek: (3p)}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \sigma_z &= (\sigma_x - 2G \cdot \epsilon_x) \cdot (m+1) - \sigma_x - \sigma_y = \\ &= (-80 - 2 \cdot 8 \cdot 10^4 \cdot (-5) \cdot 10^{-4}) \cdot 10^6 \cdot (3,2+1) + 80 \cdot 10^6 - 100 \cdot 10^6 = \\ &= -20 \cdot 10^6 \text{ Pa} = -20 \text{ MPa} \end{aligned}$$



y főirány \rightarrow Mohr ábrázolás
lehetőleges!

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50 \text{ MPa}$$

$$\sigma_k = \frac{\sigma_z + \sigma_x}{2} = -50 \text{ MPa}$$

$$\sigma_1 = \sigma_y = 100 \text{ MPa} \quad (2p)$$

$$\sigma_2 = \sigma_k + R = -50 + 50 = 0 \text{ MPa} \quad (2p)$$

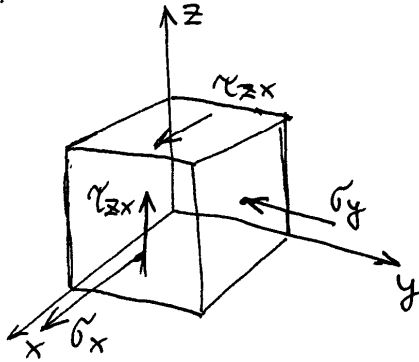
$$\sigma_3 = \sigma_k - R = -50 - 50 = -100 \text{ MPa} \quad (2p)$$

$$\epsilon_z = \frac{1}{2G} \left[\sigma_z - \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{m+1} \right] = \frac{1}{2 \cdot 8 \cdot 10^4} \left[-20 - \frac{-80 + 100 - 20}{3,2+1} \right] \cdot 10^6 = -1,25 \cdot 10^{-4}$$

$$\epsilon_z = -1,25 \cdot 10^{-4} \quad (5p)$$

$$\underline{\underline{F}} = \begin{bmatrix} -80 & 0 & 40 \\ 0 & 100 & 0 \\ 40 & 0 & \sigma_z \end{bmatrix} \text{ MPa} \rightarrow \underline{\underline{F}} = \begin{bmatrix} -80 & 0 & 40 \\ 0 & 100 & 0 \\ 40 & 0 & -20 \end{bmatrix} \text{ MPa}$$

2/2.



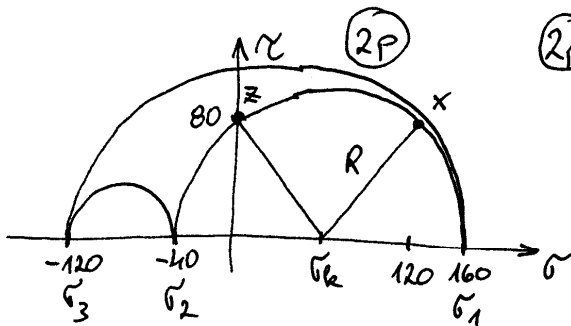
$$\sigma_x = \sigma_y = 120 \text{ MPa} \quad \tau_{xz} = 80 \text{ MPa}$$

$$G = 8 \cdot 10^4 \text{ MPa} \quad E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$$

$$\underline{\underline{F}} = \begin{bmatrix} 120 & 0 & 80 \\ 0 & -120 & 0 \\ 80 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ MPa}$$

Előjelekre: (3p)

y főirány \rightarrow Mohr kör rajzolható:



$$\begin{aligned} (2p) \quad R &= \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{120 - 0}{2}\right)^2 + 80^2} = 100 \text{ MPa} \end{aligned}$$

$$\sigma_k = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} = \frac{120 + 0}{2} = 60 \text{ MPa}$$

(2p)

$$\sigma_1 = \sigma_k + R = 60 + 100 = 160 \text{ MPa} \quad (2p)$$

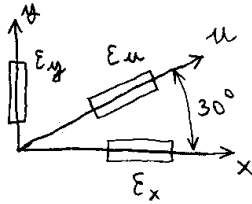
$$\sigma_2 = \sigma_k - R = 60 - 100 = -40 \text{ MPa} \quad (2p)$$

$$\sigma_3 = \sigma_y = -120 \text{ MPa} \quad (2p)$$

$$\epsilon_z = \frac{1}{2G} \cdot \left[\tau_{xz} - \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{n+1} \right] = 0 \quad \underline{\underline{\epsilon_z = 0}} \quad (5p)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{red}}^{\text{HMH}} &= \sqrt{\frac{1}{2} \cdot [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} = \\ &= \sqrt{\frac{1}{2} \cdot [200^2 + 80^2 + 280^2]} = \underline{\underline{249,8 \text{ MPa}}} \quad (5p) \end{aligned}$$

(2/3)



$$\varepsilon_x = 5 \cdot 10^{-4}$$

$$G = 8 \cdot 10^4 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_y = -3 \cdot 10^{-4}$$

$$m = 3,3$$

$$\varepsilon_z = 3 \cdot 10^{-4}$$

$$\underline{\underline{A}} = ?$$

$$\underline{\underline{F}} = ?$$

$$\sigma_{red, Mohr} = ?$$

$$\underline{\underline{F}} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{xy} & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{A}} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2} \gamma_{xy} & 0 \\ \frac{1}{2} \gamma_{xy} & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{n}}_u = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

4p

$$\varepsilon_u = \underline{\underline{n}}_u^T \underline{\underline{A}} \underline{\underline{n}}_u = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2} \gamma_{xy} & 0 \\ \frac{1}{2} \gamma_{xy} & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix} =$$

2p

$$= \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} \varepsilon_x + \frac{1}{4} \gamma_{xy} \\ \frac{\sqrt{3}}{4} \gamma_{xy} + \frac{1}{2} \varepsilon_y \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{3}{4} \varepsilon_x + \frac{\sqrt{3}}{4} \gamma_{xy} + \frac{1}{4} \varepsilon_y$$

2p

$$\frac{1}{2} \gamma_{xy} = \frac{2}{\sqrt{3}} \varepsilon_u - \frac{\sqrt{3}}{2} \varepsilon_x - \frac{1}{2\sqrt{3}} \varepsilon_y = \left[\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot 3 - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 5 - \frac{1}{2\sqrt{3}} \cdot (-3) \right] \cdot 10^{-4} =$$

2p

$$= \frac{12 - 15 + 3}{2\sqrt{3}} \cdot 10^{-4} = 0$$

$$\underline{\underline{F}} = 2G \left(\underline{\underline{A}} + \frac{A_1}{m-2} \underline{\underline{E}} \right) \rightarrow \sigma_z = 2G \left(\varepsilon_x + \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z}{m-2} \right) = 0$$

2p

$$\varepsilon_z = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{1-m} = \frac{5-3}{1-3,3} \cdot 10^{-4} = -0,8696 \cdot 10^{-4}$$

1p

$$\underline{\underline{A}} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -0,8696 \end{bmatrix} \cdot 10^{-4}$$

2p

$$\underline{\underline{F}} = 2G \left(\underline{\underline{A}} + \frac{A_1}{m-2} \underline{\underline{E}} \right) = 2 \cdot 8 \cdot 10^4 \left(\begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -0,8696 \end{bmatrix} + \frac{5-3-0,8696}{3,3-2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \cdot 10^{-4} =$$

6p

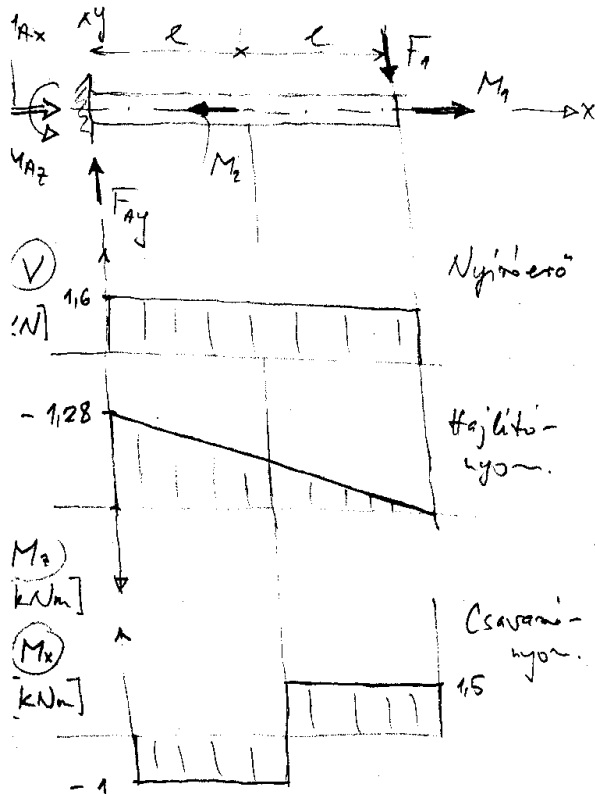
$$= \begin{bmatrix} 93,91 & 0 & 0 \\ 0 & -34,09 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ MPa}$$

$$\sigma_{red, Mohr} = \sigma_1 - \sigma_3 = 93,91 - (-34,09) = 128 \text{ MPa}$$

4p

2. pötzk

4. feladat



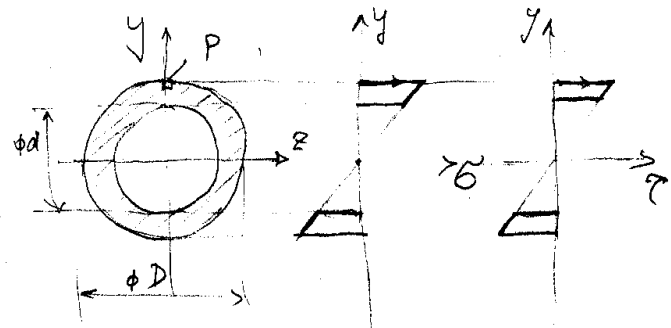
$$M_{Ax} - M_2 + M_1 = 0$$

$$M_{Ax} = M_2 - M_1 = 1000 \text{ Nm}$$

$$F_{Ay} = F_1 = 1,6 \text{ kN}$$

$$M_{Az} - F_1 \cdot 2l = 0$$

$$M_{Az} = 2 F_1 l = 1,28 \text{ kNm}$$

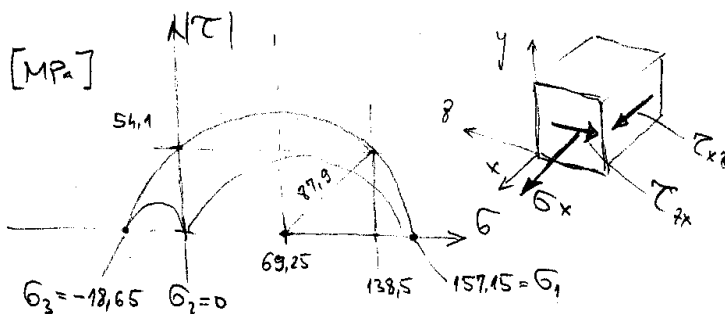


$$J_z = \frac{(D^4 - d^4) \pi}{64} = \frac{(60^4 - 52^4) \pi}{64} = 277264,4 \text{ mm}^4; K_z = \frac{J_z}{\frac{D}{2}} = 9242,15 \text{ mm}^3$$

$$J_p = 2J_z = 554528,8 \text{ mm}^4 \quad K_p = \frac{J_p}{\frac{D}{2}} = 18484,3 \text{ mm}^3$$

$$\sigma(p) = \sigma_{max} = \frac{M_z}{K_z} = \frac{1,28 \cdot 10^6}{9242,15} = 138,5 \text{ MPa}$$

$$\tau(p) = \tau_{max} = \frac{M_{cs}}{K_p} = \frac{1 \cdot 10^6}{18484,3} = 54,1 \text{ MPa}$$



$$\sigma_1 = 157,15 \text{ MPa} \quad \sigma_2 = 0 \quad \sigma_3 = -18,65 \text{ MPa}$$

$$\text{t.H.H.: } \sigma_{ecu} = \sqrt{\frac{1}{2} [157,15^2 + 175,8^2 + 18,65^2]} = 167,3 \text{ MPa}$$